

Concurs de admitere la Facultatea de Matematică și Informatică
 Proba: INFORMATICĂ

I.(35p)

1. (10p)
 - (a) (5p) Scrieți o funcție în C/C++/Pascal care returnează 1 dacă un număr întreg pozitiv primit ca parametru este prim și 0 în caz contrar.
 - (b) (5p) Se consideră un tablou x cu n numere întregi pozitive. Scrieți o funcție/procedură în C/C++/Pascal care afișează toate perechile de indici (i, j) ($1 \leq i < j \leq n$) pentru care suma $x[i] + x[j]$ este număr prim (se va folosi funcția de la punctul precedent).
2. (10p) Se consideră o funcție $f : \{1, 2, \dots, m\} \rightarrow \{1, 2, \dots, n\}$, ($m, n \in \mathbf{N}$, $m \geq n$) specificată prin tabloul valorilor sale: v este un tablou unidimensional cu m elemente în care $v[i] = f(i)$ (se presupune că indicele tabloului pornește de la 1).
 - (a) (2.5p) Care dintre următoarele proprietăți este suficientă pentru a garanta faptul că funcția f este bijectivă?
 - (i) $m = n$; (ii) $m = n$ **ȘI** v are elemente distincte ($v[i] \neq v[j]$ pentru orice $i \neq j$);
 - (iii) $m = n$ **SAU** v are elemente distincte ($v[i] \neq v[j]$ pentru orice $i \neq j$);
 - (b) (2.5p) Câte funcții bijective pot fi definite pe o mulțime $\{1, 2, \dots, m\}$?
 - (i) m ; (ii) m^2 ; (iii) $m!$; (iv) C_m^2 ; (v) A_m^2
 - (c) (5p) Scrieți o funcție în C/C++/Pascal care primește ca parametru un număr natural $m \geq 2$ și un tablou v cu m elemente și care returnează 1 dacă v are toate elementele distincte și 0 în caz contrar.
3. (10p) O secvență de cifre binare este considerată "complementar-concatenată" dacă poate fi construită astfel: se pornește de la cifra 0 și la fiecare etapă, secvența curentă este concatenată cu complementara ei. Exemple de astfel de secvențe sunt:

Număr de ordine	Secvența
1:	0
2:	01
3:	0110
4:	01101001
5:	0110100110010110
...	...

- (a) (1p) Care dintre afirmațiile referitoare la o secvență "complementar-concatenată" este adevărată?
 - (i) numărul de elemente egale cu 1 din secvența cu numărul de ordine n ($n \geq 2$) este $n - 1$;
 - (ii) numărul de elemente egale cu 0 din secvența cu numărul de ordine n ($n \geq 2$) este $2(n - 2)$;
 - (iii) numărul de elemente egale cu 1 din secvența cu numărul de ordine n ($n \geq 2$) este 2^{n-1} ;
 - (iv) numărul de elemente egale cu 1 din secvența cu numărul de ordine n ($n \geq 2$) este 2^{n-2} ;
 - (b) (4p) Scrieți o funcție în C/C++/Pascal care primește ca parametri indicii i și j a două elemente dintr-un tablou (variabilă globală) ce conține valori din $\{0, 1\}$ (astfel încât numărul de elemente din subtabloul definit de i și j este un număr par) și returnează 1 dacă cele două jumătăți ale subtabloului definit de i și j sunt complementare și 0 în caz contrar (de exemplu, în tabloul $(0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 1, 0)$ subtabloul specificat prin indicii $i = 3$ și $j = 10$ satisface proprietatea, dar subtabloul corespunzător din $(0, 0, 1, 0, 0, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0)$ nu satisface proprietatea).
 - (c) (5p) Scrieți o funcție recursivă care verifică dacă un tablou este o secvență "complementar-concatenată". Tabloul va fi considerat variabilă globală (cu n elemente, unde n este o putere a lui 2) iar funcția va primi ca parametri doi indici care specifică porțiunea din tablou care va fi analizată în cadrul apelului curent.
4. (5p) Se consideră că asupra unui tablou uni-dimensional a cu $2 \leq n \leq 100$ elemente din mulțimea $\{1, 2, \dots, n\}$ inițial definit astfel încât $a[i] = i$ (se presupune că indicii încep de la 1) a fost aplicată o transformare prin deplasare circulară către dreapta sau stânga cu k poziții ($1 \leq k < n$). Se pune problema determinării lui k pornind de la tabloul transformat fără a efectua comparații între elementele tabloului.

- (a)(2.5p) Care dintre următoarele afirmații este/sunt adevărate?
- (i) dacă deplasarea este la dreapta atunci $k = n - x[n]$
 - (ii) dacă deplasarea este la stânga atunci $k = n - x[n]$
 - (iii) dacă deplasarea este la dreapta atunci $k = x[1] - 1$
 - (iv) dacă deplasarea este la stânga atunci $k = x[1] - 1$
 - (v) indiferent de sensul deplasării $k = n - x[n]$
 - (vi) indiferent de sensul deplasării $k = x[1] - 1$
 - (vii) nu se poate determina k fără a efectua comparații între elementele tabloului
- (b)(2.5p) Dacă se cunoaște doar tabloul transformat, este posibil să se determine sensul deplasării? Argumentați.

II.(25p) Se consideră o expresie algebrică ce poate conține ca operanzi doar simbolurile x , y și z , iar ca operatori doar $+$ și $-$. Se presupune că expresia începe întotdeauna cu un operand (de exemplu $x + y - z + y + z + y$ și $z + x + y - x$ sunt expresii valide dar $-z + x + y - x$, $zx + y - x$, $z + -y - x$ nu sunt valide). Se presupune că expresia este reprezentată printr-un tablou uni-dimensional (E) cu elemente de tip caracter. Să se scrie câte o funcție/procedură care primește tabloul de caractere precum și numărul de elemente din acesta (N) și efectuează prelucrările:

- (a)(10p) Returnează 1 dacă expresia este validă și 0 în caz contrar.
- (b)(15p) Presupunând că expresia este validă afișează varianta simplificată a expresiei (de exemplu pentru $x + y - z + y + z + y$ varianta simplificată este $x + 3y$, iar pentru $y + x - z + x$ este $2x + y - z$).

Pentru fiecare dintre funcții, pe lângă implementarea în C/C++/Pascal, se va descrie pe scurt ideea de rezolvare.

III.(30p) Se consideră că o imagine alb-negru este reprezentată printr-o matrice I cu M linii și N coloane și elemente din $\{0, 1\}$ (0 corespunde cu alb, 1 corespunde cu negru) și se presupune că imaginea conține un disc alb pe fond negru, astfel încât discul este încadrat de cel puțin o linie și o coloană de elemente egale cu 1 (vezi Fig. 1a).

- (a)(10p) Scrieți o funcție cu numele **Verific** care primește ca parametru un tablou uni-dimensional cu elemente din $\{0, 1\}$ și numărul de elemente din tablou și returnează: 0 dacă toate elementele din tablou sunt egale cu 1; 1 dacă tabloul este de forma $(1, \dots, 1, 0, \dots, 0, 1, \dots, 1)$ (cel puțin un zero încadrat de cel puțin un unu); 2 dacă tabloul conține cel puțin două porțiuni de elemente egale cu 0 separate prin cel puțin un element egal cu 1 (de exemplu $(1, 1, 0, 0, 1, 0, 1)$ și $(1, 1, 0, 1, 0, 1, 1, 0, 0, 0, 1)$ au această proprietate);
- (b)(10p) Scrieți o funcție care are acces la matricea I (considerată variabilă globală) și folosește funcția **Verific** descrisă la punctul (a) pentru a determina diametrul discului exprimat în număr de linii ale matricii (vezi Figura 1a).
- (c)(10p) Se presupune că la achiziția imaginii ar fi putut interveni erori astfel că interiorul discului alb poate conține pete negre (vezi Figura 1b). Prezentați pe scurt ideea unei metode care să permită verificarea prezenței unor pete negre în interiorul discului. Implementați ideea într-o funcție care are acces la matricea I și returnează 1 dacă discul nu conține pete negre și 0 în caz contrar. *Indicație:* se poate folosi funcția de la punctul (a).

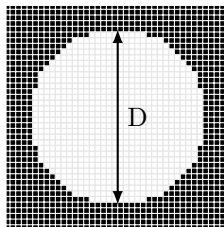


Figura 1a

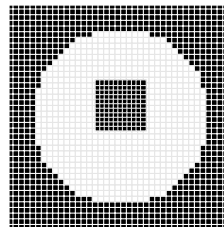


Figura 1b

Notă:

1. Timp de lucru: 3 ore
2. Toate subiectele sunt obligatorii
3. Limbajul de programare este la alegere între C/C++ și Pascal.
4. Pentru fiecare dintre funcțiile/procedurile scrise se vor specifica toate declarațiile de variabile globale și locale necesare și se vor pune comentarii explicative. **NU** este necesară scrierea programului principal și preluarea datelor prin citire.

Barem de corectare - INFORMATICĂ

Start	10p
I.1	10p
I.1a:	5p
(declararea corectă a funcției, a variabilelor de lucru și returnarea rezultatului - 1p; descrierea corectă a algoritmului de verificare dacă un număr este prim - 4p)	
I.1b:	5p
(declararea corectă a funcției/procedurii și a variabilelor de lucru - 1p; descrierea corectă a algoritmului de determinare a perechilor care au suma număr prim - 3p; afișarea perchilor - 1p)	
I.2	10p
I.2a:	2.5p
Răspuns corect: (ii)	
I.2b:	2.5p
Răspuns corect: (iii)	
I.2c:	5p
(declararea corectă a funcției, a variabilelor de lucru și returnarea rezultatului - 1p; descrierea corectă a algoritmului de verificare dacă elementele vectorului sunt distincte - 4p)	
I.3	10p
I.3a:	1p
Răspuns corect: (iv)	
I.3b:	4p
(declararea corectă a funcției, a variabilelor de lucru și returnarea rezultatului - 1p; descrierea corectă a algoritmului de verificare dacă jumătățile tabloului sunt complementare - 3p)	
I.3c:	5p
(declararea corectă a funcției, a variabilelor de lucru și returnarea rezultatului - 1p; condiție corectă pentru ieșirea din apelul recursiv - 1p; apel recursiv corect - 1p; verificarea proprietății de tablou complementar - 2p)	
I.4	5p
I.4a:	2.5p
Răspunsuri corecte: (i), (iv)	
I.4b:	2.5p
(Nu este posibil să se determine sensul transformării deoarece același rezultat poate fi obținut prin deplasarea la dreapta cu k poziții și prin deplasarea la stânga cu h poziții. De exemplu, pentru $n = 5$, tabloul (3,4,5,1,2) se poate obține atât prin deplasare la dreapta cu $k = 3$ poziții cât și prin deplasare la stânga cu $h = 2$ poziții).	
II	25p
II.a:	10p

(declararea corectă a funcției, a variabilelor de lucru și returnarea rezultatului - 1p; descrierea corectă a algoritmului de verificare dacă expresia este validă - 7p; descriere idee de rezolvare - 2p)

II.b: 15p

(declararea corectă a funcției/procedurii și a variabilelor de lucru - 1p; derminarea corectă a coeficienților operanzilor (x , y și z) - 6p; afișarea corectă a expresiei simplificate: verificare existență operand - 3p; analiză semn - 3p; descriere idee de rezolvare - 2p)

III 30p

III.a: 10p

(declararea corectă a funcției și a variabilelor de lucru - 1p; descrierea corectă a algoritmului de verificare că toate elementele din tablou sunt egale cu 1 - 3p; descrierea corectă a algoritmului de verificare că există cel puțin un zero încadrat de 1 - 5p; returnarea rezultatului - 1p)

III.b: 10p

(declararea corectă a funcției și a variabilelor de lucru - 1p; descrierea corectă a algoritmului de determinare a indicilor liniilor de unde începe și unde se termină discul (de exemplu linia $i1$ și linia $i2$) - 8p; calculul diametrului (de exemplu $i2 - i1 + 1$) și returnarea rezultatului - 1p)

III.c: 10p

(descriere idee de rezolvare - 2p; declararea corectă a funcției, a variabilelor de lucru și returnarea rezultatului - 1p; descrierea corectă a algoritmului de verificare dacă discul conține sau nu pete prin parcurgerea liniilor matricii apelând funcția de la punctul a) - 7p;)

TOTAL: 100

Observație: Se punctează corespunzător orice variantă corectă de rezolvare.